

# 一种改进的组稀疏表示图像去噪方法

马 杰<sup>1,2</sup>, 武利涛<sup>1</sup>, 张晓严<sup>1</sup>

(1 河北工业大学 电子信息工程学院, 天津 300401; 2 天津市电子材料与器件重点实验室, 天津 300401)

**摘 要:** 研究了一种匹配梯度分布的组稀疏表示图像去噪模型, 将相似图像块构成的结构组作为稀疏表示单元并加入梯度直方图保持正则项匹配梯度分布, 基于非精确增广拉格朗日乘子法进行求解得到恢复图像。仿真实验结果表明, 该方法不仅可以减少图像处理的时间并可在有效去除噪声的同时保持图像精细纹理结构, 获得了较高的峰值信噪比和结构相似性索引测度。在需要得到图像丰富细节的情况下, 该方法具有实用价值和现实意义。

**关键词:** 图像去噪; 稀疏表示; 相似性; 纹理

**中图分类号:** TN919. 81

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1000—7180(2017)06—0099—05

## An Improved GSR Image Denoising Method

MA Jie<sup>1,2</sup>, WU Li-tao<sup>1</sup>, ZHANG Xiao-yan<sup>1</sup>

(1 School of Electronics and Information Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin 300401, China;

2 Key Laboratory of Electronic Materials and Devices in Tianjin, Tianjin 300401, China)

**Abstract:** A matching gradient distribution group based sparse representation model is researched, in which the basic unit of sparse representation is the group composed by nonlocal patches with similar structures, simultaneously the gradient histogram preserving regularization is added to match gradient distribution, and imprecise Augmented Lagrange multiplier method is used to solve the model. It is well shown by the results that this method can not only shorten the time of image processing, but also retain the fine or small-scale texture structure as well as denoising effectively, and obtain higher output PSNR and SSIM than some current state-of-the-art schemes. In case of the rich details of the image is needed, this method has practical value and realistic significance.

**Key words:** image denoising; sparse representation; similarity; texture

## 1 引 言

图像去噪是图像处理中一类经典逆问题, 通过对含噪声图像建立数学模型, 利用相关算法对模型进行求解恢复原清晰图像。目前被广泛应用的图像先验模型分为局部平滑模型、非局部自相似模型及稀疏表示模型。非局部自相似性的基本思想是在图像中寻找相似的图像块来决定空洞部分的像素值, 能在一定程度上保持自然图像的纹理, 但目前存在的非局部自相似性模型均是在原来局部模型中加入非局部权重, 并没有充分利用非局部自相似性。稀疏表示模型是指自然图像可以通过少量基函数精确表

示, 基于稀疏性的正则化模型在诸多图像处理应用中取得了成功, 如图像去噪、图像去模糊及图像分类等。然而基于块的稀疏表示仍是一类局部模型。设计出能同时刻画自然图像多种先验知识的模型是一项重要工作。文献[1]提出了一种组稀疏表示(Group based Sparse Representation, GSR)方法的图像恢复模型, 充分利用了图像的稀疏性和非局部自相似性两种先验知识, 并在图像去模糊、图像文字去除、图像压缩感知重建方面取得了良好效果。文献[2]应用此模型进行图像修补, 文献[3]应用此模型进行图像去块。本文受其启发, 将此模型应用到图像去噪。

## 2 图像组稀疏表示模型

一幅给定的  $m \times n$  的二维图像  $\mathbf{x}$ , 其噪声观测图像  $\mathbf{y}$  表示为

$$\mathbf{y} = \mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{n}$  是均值为零, 标准差为  $\sigma$  的加性高斯白噪声 (AWGN). 图像去噪问题就是根据噪声观测图像  $\mathbf{y}$ , 求解图像逆问题得到原图像  $\mathbf{x}$  的过程.

在组稀疏表示模型中, 稀疏表示单元是由相似的块组成的结构组. 如图 1 所示, 将整幅图  $\mathbf{x}$  (大小为  $N$ ), 划分成  $P$  个互相重叠的大小为  $n$  的图像块  $\mathbf{x}_k, k = 1, 2, 3, \dots, p$ , 再对每一个图像块, 在用虚线标记的  $L \times L$  的训练窗口内通过欧式距离搜索  $m$  个与其最匹配的图像块, 每一个图像块用一个列向量表示, 所有相似的块排成一个矩阵构成结构组  $\mathbf{x}_{G_k} \in \mathbf{R}^{n \times m}$ ,  $\mathbf{x}_{G_k} = \{\mathbf{x}_{G_{k*1}}, \mathbf{x}_{G_{k*2}}, \dots, \mathbf{x}_{G_{k*m}}\}$ . 定义算子  $\mathbf{R}_{G_k}(\cdot)$  表示将结构组从原图像取出, 其伴随算子  $\mathbf{R}_{G_k}^T(\cdot)$  表示将结构组重新放回降噪图像的第  $k$  个位置, 其余位置用零补充. 每一个结构组表示为

$$\mathbf{x}_{G_k} = \mathbf{R}_{G_k}(\mathbf{x}) \quad (2)$$

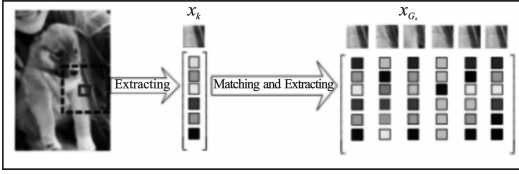


图 1 结构组构造示意图

对每一个结构组利用 SVD 学习二维字典, 得:

$$\mathbf{x}_{G_k} = \mathbf{U}_{G_k} \mathbf{\Sigma}_{G_k} \mathbf{V}_{G_k}^T = \sum_{i=1}^s \gamma_{r_{G_{k*i}}} (\mathbf{u}_{G_{k*i}} \mathbf{v}_{G_{k*i}}^T) \quad (3)$$

式中,  $\mathbf{x}_{G_k}$  表示结构组  $\mathbf{x}_{G_k}$  的估计,  $\gamma_{r_{G_{k*i}}} = [\gamma_{r_{G_{k*1}}}, \gamma_{r_{G_{k*2}}}, \dots, \gamma_{r_{G_{k*s}}}]$ ,  $\mathbf{\Sigma}_{G_k} = \text{Diag}(\gamma_{r_{G_{k*i}}})$ ,  $\mathbf{u}_{G_{k*i}}, \mathbf{v}_{G_{k*i}}$  分别表示矩阵  $\mathbf{U}_{G_k}$  和  $\mathbf{V}_{G_k}$  的列向量. 字典  $\mathbf{D}_{G_k}$  中的原子如下:

$$\mathbf{d}_{G_{k*i}} = \mathbf{u}_{G_{k*i}} \mathbf{v}_{G_{k*i}}^T, i = 1, 2, \dots, s \quad (4)$$

式中,  $\mathbf{d}_{G_{k*i}} \in \mathbf{R}^{n \times m}$ . 每一个结构组  $\mathbf{x}_{G_k}$  最终得到的自适应字典为

$$\mathbf{D}_{G_k} = [\mathbf{d}_{G_{k*1}}, \mathbf{d}_{G_{k*2}}, \dots, \mathbf{d}_{G_{k*s}}] \quad (5)$$

则  $\mathbf{D}_{G_k} \in \mathbf{R}^{n \times m \times s}$ . 与字典  $\mathbf{D}_{G_k}$  相对应的稀疏向量

$$\mathbf{\alpha}_{G_k} = [\mathbf{\alpha}_{G_{k*1}}, \mathbf{\alpha}_{G_{k*2}}, \dots, \mathbf{\alpha}_{G_{k*s}}], \text{使得 } \mathbf{x}_{G_k} \approx \sum_{i=1}^s \mathbf{\alpha}_{G_{k*i}} \mathbf{d}_{G_{k*i}}$$

以下内容用  $\mathbf{D}_{G_k} \mathbf{\alpha}_{G_k}$  代表  $\sum_{i=1}^s \mathbf{\alpha}_{G_{k*i}} \mathbf{d}_{G_{k*i}}$ . 应用组稀疏表示方法整幅图表示为

$$\mathbf{x} = \mathbf{D}_G \circ \mathbf{\alpha}_G$$

$$= \sum_{k=1}^p \mathbf{R}_{G_k}^T (\mathbf{D}_{G_k} \mathbf{\alpha}_{G_k}) / \sum_{k=1}^p \mathbf{R}_{G_k}^T (\mathbf{1}_{n \times m}) \quad (6)$$

式中的  $/$  表示两个向量对应元素相除;  $\mathbf{1}_{n \times m}$  表示大小为  $n \times m$ , 元素全部为 1 的矩阵.

应用组稀疏表示的图像恢复模型如下:

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \left\{ \frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{x}\|^2 + \lambda \|\mathbf{\alpha}_G\|_0 \right\} \quad (7)$$

s. t.  $\mathbf{x} = \mathbf{D}_G \circ \mathbf{\alpha}_G$

式中,  $\lambda$  为正则项参数,  $\mathbf{D}_G$  为所有  $\mathbf{D}_{G_k}$  的合并,  $\mathbf{\alpha}_G$  为所有  $\mathbf{\alpha}_{G_k}$  的合并.

组稀疏模型以结构组  $\mathbf{x}_{G_k}$  作为稀疏表示的单元, 同时刻画了自然图像的稀疏性和非局部自相似性两种先验模型, 具有先进性. 但是在需要得到图像的丰富细节的情况下, 即使同时利用图像的局部稀疏性和非局部自相似性先验知识仍不能将图像的小尺度纹理有效保留, 图像被过度平滑不能满足需要.

## 3 匹配梯度分布的组稀疏去噪模型

本文着重研究图像高效降噪并保持纹理结构的问题, 文献[4]提出可以使降噪图像的梯度直方图与原图像估计的梯度直方图近似来保持图像的纹理, 直方图是一种可以有效描述图像纹理区域的统计描述符, 图像梯度能够传达图像中大部分语义信息, 在人类视觉感知中的作用至关重要[5]. 本文在组稀疏模型基础上进行匹配梯度分布, 提出 GSR\_GHP 去噪模型. GSR\_GHP 模型通过 GHP 正则化可有效增强图像纹理, 得到视觉效果更好的降噪图像. 此去噪模型表示为

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \left\{ \frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{x}\|^2 + \lambda \|\mathbf{\alpha}_G\|_0 + \varphi \|F(\nabla \mathbf{x}) - \nabla \mathbf{x}\|^2 \right\} \quad (8)$$

s. t.  $\mathbf{x} = \mathbf{D}_G \circ \mathbf{\alpha}_G, \mathbf{h}_F = \mathbf{h}_r$

式中,  $\mathbf{h}_r$  为从原图像  $\mathbf{x}$  估计出的参考直方图,  $\mathbf{h}_F$  为  $|F(\nabla \mathbf{x})|$  的直方图,  $F$  表示在  $(-\infty, +\infty)$  上单调非递减的奇函数,  $\nabla \mathbf{x}$  表示  $\mathbf{x}$  的梯度, 求解过程中先用组稀疏去噪方法更新  $\mathbf{x}$ , 给定  $\mathbf{x}$ , 可以通过求解下面的问题来更新  $F$ :

$$\min_F \|\mathbf{F}(\nabla \mathbf{x}) - \nabla \mathbf{x}\|^2 \quad \text{s. t. } \mathbf{h}_F = \mathbf{h}_r \quad (9)$$

为解决上式问题, 设定  $D_0 = |\nabla \mathbf{x}|$ , 并使用标准直方图匹配算子[6] 获得单调非参数化映射函数  $F$ , 以保证  $F(\nabla \mathbf{x})$  的直方图与  $\mathbf{h}_r$  相同.

参考直方图  $\mathbf{h}_r$  的估计问题采用文献[7] 提供的方法进行计算, 这里不再赘述.

求解上述模型有多种方法, 如迭代阈值法 (Iterative Thresholding, IT)、加速近似梯度法 (Accelerative Thresholding, AT)

ated Proximal Gradient, APG)、交替方向法(Alternating Direction Method of Multipliers, ADMM)等,文献[8]对这些算法进行了总结并着重介绍了增广拉格朗日算法,用实验验证了这一算法的优越性.受其启发,本文尝试采用非精确增广拉格朗日算法(Inexact Augmented Lagrange Multipliers, IALM)对 GSR\_GHP 模型进行求解.

#### 4 运用 IALM 算法求解 GSR\_GHP 去噪模型

对于给定的函数  $F$  引入变量  $g = F(\nabla \mathbf{x})$ , 上述去噪模型表示为

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}}$$

$$\left\{ \frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{x}\|^2 + \lambda \|\alpha_G\|_0 + \varphi \|g - \nabla \mathbf{x}\|^2 \right\} \quad (10)$$

将式(10)通过 IALM 算法进行变形处理得到下列无约束优化问题:

$$\min_{\mathbf{x}, \alpha_G} \left\{ \frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{x}\|^2 + \lambda \|\alpha_G\|_0 + \varphi \|g - \nabla \mathbf{x}\|^2 + \langle \gamma, \mathbf{x} - \mathbf{D}_G \circ \alpha_G \rangle + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{x} - \mathbf{D}_G \circ \alpha_G\|_F^2 \right\} \quad (11)$$

式中,  $\gamma$  表示拉格朗日乘子, 得拉格朗日函数式如下:

$$L(\mathbf{x}, \alpha_G, \gamma, \mu) = \frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{x}\|^2 + \lambda \|\alpha_G\|_0 + \varphi \|g - \nabla \mathbf{x}\|^2 + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{x} - \mathbf{D}_G \circ \alpha_G + \frac{\gamma}{\mu}\|_F^2 \quad (12)$$

式中,  $\mu$  为正的常数, 式(12)的求解利用交替更新的方式进行, 上式转化为求解以下四个式子:

$$\mathbf{x}^{(t+1)} = \arg \min_{\mathbf{x}} \left\{ \frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{x}\|^2 + \varphi \|g - \nabla \mathbf{x}\|^2 + \frac{\mu^{(t)}}{2} \|\mathbf{x} - \mathbf{D}_G \circ \alpha_G^{(t)} + \frac{\gamma^{(t)}}{\mu^{(t)}}\|_F^2 \right\} \quad (13)$$

$$\alpha_G^{(t+1)} = \arg \min_{\alpha_G} \left\{ \lambda \|\alpha_G\|_0 + \frac{\mu^{(t)}}{2} \|\mathbf{x}^{(t+1)} - \mathbf{D}_G \circ \alpha_G + \frac{\gamma^{(t)}}{\mu^{(t)}}\|_F^2 \right\} \quad (14)$$

$$\gamma^{(t+1)} = \gamma^{(t)} + \mu^{(t)} (\mathbf{x}^{(t+1)} - \mathbf{D}_G \circ \alpha_G^{(t+1)}) \quad (15)$$

$$\mu^{(t+1)} = \rho \mu^{(t)} \quad (16)$$

具体求解上述两个子问题的方法如下. 为了方便, 在不会引起歧义的情况下, 子问题的讨论中省略了  $t$ .

(1)  $\mathbf{x}$ —子问题求解

求解  $\mathbf{x}$  时固定  $\alpha_G, \gamma$ , 此时式(13) 变为一个严格的凸二次函数最小化问题:

$$\min_{\mathbf{x}} Q(\mathbf{x}) = \min_{\mathbf{x}} \left\{ \frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{x}\|^2 + \varphi \|g - \nabla \mathbf{x}\|^2 + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{x} - \mathbf{D}_G \circ \alpha_G + \frac{\gamma}{\mu}\|_F^2 \right\} \quad (17)$$

采用最速梯度下降算法求解上式得:

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x} + \eta \left[ \frac{1}{\sigma^2} (\mathbf{y} - \mathbf{x}) + 2\varphi \nabla^T (g - \nabla \mathbf{x}) - \mu \left( \mathbf{x} - \mathbf{D}_G \circ \alpha_G + \frac{\gamma}{\mu} \right) \right] \quad (18)$$

式中,  $\eta$  代表最优步长.

(2)  $\alpha_G$ —子问题求解

求解  $\alpha_G$  时固定  $\mathbf{x}, \gamma, \mu$ , 此时式(14) 表示为

$$\min_{\alpha_G} S(\alpha_G) = \min_{\alpha_G} \left\{ \lambda \|\alpha_G\|_0 + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{x} - \mathbf{D}_G \circ \alpha_G + \frac{\gamma}{\mu}\|_F^2 \right\} \quad (19)$$

假设  $\mathbf{r} = \mathbf{x} + \frac{\gamma}{\mu}$  并令  $\mathbf{x} = \mathbf{D}_G \circ \alpha_G$ , 式(19) 变为

$$\min_{\alpha_G} S(\alpha_G) = \min_{\alpha_G} \left\{ \lambda \|\alpha_G\|_0 + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{x} - \mathbf{r}\|_F^2 \right\} \quad (20)$$

**定理 1** [1] 令  $\mathbf{x}, \mathbf{r} \in \mathbf{R}^N, \mathbf{x}_{G_k}, \mathbf{r}_{G_k} \in \mathbf{R}^{n \times m}$ , 残差  $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \mathbf{r}$ ,  $\mathbf{e}$  中每一个元素表示为  $e(j), j = 1, \dots, N$ . 若每一个  $e(j)$  是独立的, 且满足均值为零方差为  $\sigma^2$  的分布. 那么, 对于任意的  $\epsilon > 0$ , 会得到描述

$$\|\mathbf{x} - \mathbf{r}\|_F^2 \text{ 和 } \sum_{k=1}^p \|\mathbf{x}_{G_k} - \mathbf{r}_{G_k}\|_F^2 \text{ 关系的如下性质:}$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty, K \rightarrow \infty} P \left\{ \left| \frac{1}{N} \|\mathbf{x} - \mathbf{r}\|_F^2 - \frac{1}{K} \sum_{k=1}^p \|\mathbf{x}_{G_k} - \mathbf{r}_{G_k}\|_F^2 \right| < \epsilon \right\} = 1 \quad (21)$$

式中,  $p(\cdot)$  表示概率,  $K = n \times m \times p$ .

由定理 1 可知在第  $t$  次迭代时, 存在着非常大的概率(接近 1) 得到如下等式:

$$\frac{1}{N} \|\mathbf{x}^{(t)} - \mathbf{r}^{(t)}\|_F^2 = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^p \|\mathbf{x}_{G_k}^{(t)} - \mathbf{r}_{G_k}^{(t)}\|_F^2 \quad (22)$$

式中,  $\mathbf{x}_{G_k}^{(t)} = \mathbf{D}_{G_k}^{(t)} \alpha_{G_k}^{(t)}$ , 将式(22) 代入(20) 中, 可得:

$$\min_{\alpha_G} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{k=1}^p (\|\mathbf{x}_{G_k} - \mathbf{r}_{G_k}\|_F^2) + \frac{\lambda K}{\mu N} \|\alpha_G\|_0 \right\}$$

$$= \min_{\alpha_G} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{k=1}^p (\|\mathbf{x}_{G_k} - \mathbf{r}_{G_k}\|_F^2) + \frac{\lambda K}{\mu N} \sum_{k=1}^p \|\alpha_{G_k}\|_0 \right\}$$

$$= \min_{\alpha_G} \left\{ \sum_{k=1}^p \left( \frac{1}{2} \| \mathbf{x}_{G_k} - \mathbf{r}_{G_k} \|_F^2 + \tau \| \alpha_{G_k} \|_0 \right) \right\} \quad (23)$$

式中,  $\tau = \lambda K / \mu N$ .

求解式(20)可以转化为求解  $p$  个关于结构组的子问题. 每个  $\mathbf{x}_{G_k}$  的子问题表示如下:

$$\begin{aligned} & \operatorname{argmin}_{\alpha_{G_k}} \frac{1}{2} \| \mathbf{x}_{G_k} - \mathbf{r}_{G_k} \|_F^2 + \tau \| \alpha_{G_k} \|_0 \\ & = \operatorname{argmin}_{\alpha_{G_k}} \frac{1}{2} \| \mathbf{D}_{G_k} \alpha_{G_k} - \mathbf{r}_{G_k} \|_F^2 + \tau \| \alpha_{G_k} \|_0 \end{aligned} \quad (24)$$

由  $\{\alpha_{G_k}\}$  和  $\{\gamma_{r_{G_k}}\}$  的定义, 可知  $\mathbf{x}_{G_k} = \mathbf{D}_{G_k} \alpha_{G_k}$ ,  $\mathbf{r}_{G_k} = \mathbf{D}_{G_k} \gamma_{r_{G_k}}$ . 由字典的西特性得

$$\| \mathbf{D}_{G_k} \alpha_{G_k} - \mathbf{D}_{G_k} \gamma_{r_{G_k}} \|_F^2 = \| \alpha_{G_k} - \gamma_{r_{G_k}} \|_2^2 \quad (25)$$

将式(25)代入式(24)中, 每一个结构组的子问题表示为

$$\operatorname{argmin}_{\alpha_{G_k}} \frac{1}{2} \| \alpha_{G_k} - \gamma_{r_{G_k}} \|_2^2 + \tau \| \alpha_{G_k} \|_0 \quad (26)$$

上式的封闭解为

$$\begin{aligned} \hat{\alpha}_{G_k} &= \operatorname{hard}(\gamma_{r_{G_k}}, \sqrt{2\tau}) \\ &= \gamma_{r_{G_k}} \odot 1(\operatorname{abs}(\gamma_{r_{G_k}}) - \sqrt{2\tau}) \end{aligned} \quad (27)$$

式中,  $\operatorname{hard}(\cdot)$  代表硬阈值算子;  $\odot$  代表向量的对应元素点乘算子. 对于每一个结构组均采用上式进行求解, 至  $p$  个子问题求解完毕, 得到  $\hat{\alpha}_G$ .

### (3) 算法整体描述

GSR\_GHP 去噪模型不仅充分利用了图像的局部稀疏性和非局部自相似性先验知识且进行了匹配梯度分布以保持图像纹理, 并通过高效的 IALM 算法求解. 算法整体描述如下所示.

算法 1: 基于 IALM 的 GSR\_GHP 去噪算法

1. 输入: 噪声图像  $\mathbf{y}$
2. 初始化:  $k = 0, \mathbf{x}^{(0)} = \mathbf{y}, \alpha_G^{(0)} = 0, \gamma, \mu, \varphi, \lambda, n, m, \varepsilon, \rho$
3. While not converged do
4. 更新  $g$ :  

$$g^{(k+1)} = F(\nabla \mathbf{x}^{(k)})$$
5. 由式(18)更新  $\mathbf{x}^{(t+\frac{1}{2})}$
6.  $\mathbf{r}^{(t+1)} = \mathbf{x}^{(t+\frac{1}{2})} + \frac{\gamma^{(t)}}{\mu}$ ;  $\tau = \lambda K / \mu N$
7. For 每一个结构组  $\mathbf{x}_{G_k}$   
 由式(5) 构建字典  $\mathbf{D}_{G_k}$   
 由式(27) 计算得  $\hat{\alpha}_{G_k}$   
 End For
8. 将所有  $\mathbf{D}_{G_k}$  聚合更新  $\mathbf{D}_G^{(t+1)}$
9. 将所有  $\hat{\alpha}_{G_k}$  聚合更新  $\hat{\alpha}_G^{(t+1)}$

10. 由式(15) 更新  $\gamma^{(t+1)}$

11. 由式(16) 更新  $\mu^{(t+1)}$

12. 更新  $\mathbf{x}$ :

$$\mathbf{x}^{(t+1)} = \mathbf{D}_G^{(t+1)} \cdot \hat{\alpha}_G^{(t+1)}$$

13. 由式(9) 更新  $F$

14. 判断停止迭代条件:

$$\| \mathbf{x}^{(t+1)} - \mathbf{x}^{(t)} \|_2 \leq \varepsilon \| \mathbf{x}^{(t)} \|_2$$

15. 更新迭代次数:  $\text{inter} = \text{inter} + 1$

16. end while

17. 输出  $\mathbf{x} = \mathbf{x}^{(k)} + \eta(2\varphi \nabla^T(\mathbf{g} - \nabla \mathbf{x}))$

## 5 实验仿真与结果分析

本文由实验验证 GSR\_GHP 模型用于图像去噪的性能. 选取一幅纹理较丰富的图片进行实验, 在 GSR\_GHP 模型中参数设置如下: 每一个图像块大小为  $8 \times 8$ , 每个结构组中包含块的个数  $m$  为 60, 结构组的大小为  $64 \times 60$ . 相邻图像块之间的间隔设置为 4, 可得:  $K = 240$ .  $N$ . 构建结构组的搜索窗大小为  $40 \times 40$ . 利用 CPU 为 2.3 GHz, 内存为 2 GB 的计算机, 通过 MATLAB R2014a 编程进行仿真实验. 对实验结果通过算法速度、峰值信噪比 PSNR 和结构相似性索引测度 SSIM 三个标准验证本文方法的性能.

### 5.1 实验结果

本文选取的对比算法包括如下三种: BPFA 算法<sup>[9]</sup>、NCSR 算法<sup>[10]</sup>、GSR 算法. 测试图像分别用标准差  $\sigma$  为 30, 50, 70, 90 的噪声进行加噪处理对比其去噪效果的 PSNR、SSIM 数据结果及字典学习与重建时间总时间, 如表 1 所示 (GSR 算法与 GSR\_GHP 算法数据方面基本相同, 两种算法的区别主要在于纹理效果方面, 故表中并未列出 GSR 的数据). 图 2 为测试图像在噪声标准差为 30 时的去噪效果主观对比图. 为了更好地说明本文算法对降噪图像纹理保持方面的效果, 图 3 对降噪后的图像进行了局部放大, 对 GSR 和改进后的 GSR\_GHP 降噪的纹理效果进行对比.

### 5.2 实验结论与分析

由表 1 可知, 本文算法相比, 于 BPFA 算法获得了较高的 PSNR 和 SSIM, 且随着噪声标准差的增大, 效果更加明显, 证明本文算法鲁棒性更好; 与 NCSR 算法相比在 PSNR 和 SSIM 方面两者得到的数值基本相等, 但本文算法将运算速度提高了约 50%, 证明本文算法收敛性更好, 缩短了图像降噪的时间; 再由图 3 可知, 本文算法在对去噪图像的精细纹理恢复方面效果明显, 降噪图像的纹理得到了增强. 这些结果充分说明相比于现有算法本文算法去

噪性能更优,在图像去噪方面更具有实用价值.

表 1 不同去噪算法在不同的  $\sigma$  下得到的 PSNR 和 SSIM 及运行时间

| $\sigma$ | BPFA          |       | NCSR          |       | GSR_GHP       |       |
|----------|---------------|-------|---------------|-------|---------------|-------|
|          | PSNR/SSIM     | t/min | PSNR/SSIM     | t/min | PSNR/SSIM     | t/min |
| 30       | 24.78/0.711 8 | 33.8  | 25.29/0.735 8 | 36.1  | 25.40/0.743 9 | 12.6  |
| 50       | 22.45/0.591 1 | 30.7  | 23.10/0.609 1 | 55.8  | 23.13/0.610 0 | 30.3  |
| 70       | 20.85/0.510 7 | 29.0  | 21.90/0.545 5 | 49.3  | 21.91/0.543 1 | 25.9  |
| 90       | 19.52/0.453 9 | 27.9  | 21.19/0.508 7 | 48.4  | 21.19/0.508 9 | 25.7  |

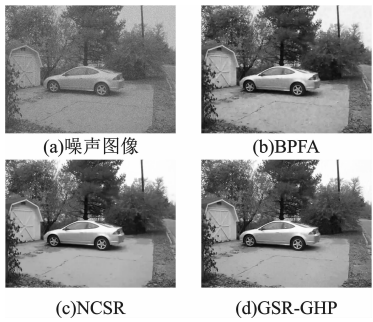


图 2 在噪声  $\sigma=30$  时四种算法去噪结果主观对比



图 3 在噪声  $\sigma=30$  时四种算法去噪结果纹理效果对比

6 结束语

本文在图像去噪时不仅运用了 GSR 模型使得图像在结构组域中进行了高效的稀疏表示,且进行了匹配梯度分布克服其去噪过程中由于过度平滑而使纹理效果不好的弊端,在模型求解的过程中运用了高效的 IALM 算法,实验结果同样显示本文算法可以稳定有效快速地将噪声污染的图像进行恢复,获得了较高信噪比且去噪图像的纹理信息得到了有效保持. 在以后的研究工作中仍可将本文模型用于图像去模糊及混合噪声去除等图像恢复问题中.

参考文献:

[1] Zhang J , Zhao D, Gao W. Group-based sparse representation for image restoration[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2014, 23(8): 3336-3351.

[2] Rao T, Rao M, Aswini T. Image inpainting with group based sparse representation using self adaptive dictionary learning [EB/OL]. [2016-02-18]. <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=7058270>.

[3] Zhang J, Ma S , Zhang Y, et al. Image deblocking using groupbased sparse representation and quantization constraint prior[C]// Proc. IEEE Int. Conf. Image Process. IEEE,2015: 306-310.

[4] Zuo W, Zhang L, Song C, et al. Texture enhanced image denoising via gradient histogram preservation[C]// Proc. Int. Conf. CVPR. IEEE,2013: 1203-1210.

[5] Zhao M , Li H. Image denoising based on Poisson-like noise model[J]. Chinese Journal of Stereology and Image Analysis,2011, 16(17): 32-38.

[6] Gonzalez R C , WoodsR E. Digital image processing [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2005.

[7] Zuo W, Zhang L, Song C, et al. Gradient histogram estimation and preservation for texture enhanced image denoising[J]. IEEE Trans. Image Process, 2014, 23(6): 2459-2472.

[8] Lin Z C, Chen M M, Wu L Q, et al. The augmented lagrange multiplier method for exact recovery of corrupted low-rank matrices[R]. UIUC, 2010.

[9] Zhou M. Nonparametric Bayesian dictionary learning for analysis of noisy and incomplete images[J]. IEEE Trans. Image Processing, 2012, 21(1): 130-144.

[10] Dong W, Zhang L, Shi G, et al. Nonlocally centralized sparse representation for Image restoration[J]. IEEE Trans. on Image Processing, 2013, 22(4), 1620-1630.

作者简介:

马杰 男,(1978-),博士,教授,硕士生导师. 研究方向为图像处理、分析和信息处理.  
E-mail:jma@hebut.edu.cn.

武利涛 女,(1989-),硕士研究生. 研究方向为数字图像处理.

张晓严 女,(1990-),硕士研究生. 研究方向为图像处理与分析.